



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

**GEORGE PEREIRA DE SOUSA**

**OS SIGNIFICADOS DA RELAÇÃO PARTE/TODO,  
QUOCIENTE E RAZÃO DOS NÚMEROS  
RACIONAIS: IDENTIFICANDO PROPOSTAS PARA  
AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL  
COM O GEOGEBRA.**

**TAPEROÁ– PB  
2016**



**GEORGE PEREIRA DE SOUSA**

**OS SIGNIFICADOS DA RELAÇÃO PARTE/TODO, QUOCIENTE E RAZÃO  
DOS NÚMEROS RACIONAIS: IDENTIFICANDO PROPOSTAS PARA AULAS  
DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL COM O GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática a Distância da Universidade Federal  
da Paraíba como Requisito para a obtenção do  
título de Licenciado em Matemática

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro  
de Assis

**TAPEROÁ-PB  
2016**



OS SIGNIFICADOS DA RELAÇÃO PARTE/TODO, QUOCIENTE E RAZÃO DOS  
NÚMEROS RACIONAIS: IDENTIFICANDO PROPOSTAS PARA AULAS DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL COM O GEOGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro de Assis

**Aprovado em** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro de Assis (Orientadora)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Severina Andréa Dantas de Farias

---

Prof<sup>a</sup>. Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

**TAPEROÁ-PB**  
**2016**

Catálogo na publicação  
Universidade Federal da Paraíba  
Biblioteca Setorial do CCEN  
Maria Teresa Macau - CRB 15/176

S725s Sousa, George Pereira de.

Os significados da relação parte/todo, quociente e razão dos números racionais : identificando propostas para aulas de matemática do ensino fundamental com o Geogebra / George Pereira de Sousa. - Taperoá, 2016.

38p. : il:-

Monografia ( Licenciatura em Matemática / EaD) –  
Universidade Federal da Paraíba.

Orientadora: Profª Drª Cibelle de Fátima Castro de Assis.

1. Matemática - Ensino. 2. Software Geogebra. 3. Números racionais. I. Título.

UFPB/BS-CCEN

CDU: 51:37(043.2)

### **Dedicatória**

A meus pais, Carmen Lúcia Pereira de Sousa, Arlindo Ferreira de Sousa, aos meus irmãos e as pessoas que sempre estiveram comigo e me apoiaram nos momentos mais difíceis.





## AGRADECIMENTOS

A **Deus**, por guiar os meus passos e iluminar o meu caminho proporcionando a tão sonhada vitória.

A **minha orientadora**, Cibelle de Fátima Castro de Assis pelo empenho e dedicação ao longo desta caminhada.

Aos **professores**, pelo incentivo e contribuições didáticas.

Aos **professores de Matemática**, sujeitos desta pesquisa pela colaboração em meu aprendizado.

A **minha família**, pelo apoio na minha caminhada.

A **tutora Presencial**, Juliana que no momento não desempenha a função de tutora presencial, pelo incentivo prestado durante o curso.

Ao coordenador do polo, Sr. Vamberto Flávio.



## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo discutir os significados da *relação parte/todo*, *quociente razão* dos números racionais através de recursos do GeoGebra voltados para o ensino da Matemática escolar. O presente estudo teve como fonte documental os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e trata-se de uma pesquisa exploratória de análise qualitativa (FIORENTINI; LORENZATO, 2009). Para tanto, a pesquisa ocorreu em três etapas: Etapa 1: Contextualizar o conjunto dos Números Racionais e o tratamento dado na Matemática escolar, bem como apresentar os significados *relação parte/todo*, *quociente* e *razão* desses números. Etapa 2: Levantar no site do GeoGebra, construções que exemplifiquem o estudo dos números racionais considerando os significados *relação parte/todo*, *divisão* e *razão*. Em seguida identificar objetivos de utilização, metodologia empregada, contribuições e limitações das propostas para o ensino e para a aprendizagem conjunto numérico. Etapa 3: Aplicar um questionário com professores de escolas pública da cidade de Taperoá- PB, e refletir sobre a viabilidade de utilização das construções do GeoGebra encontradas no que diz respeito às potencialidades para a aprendizagem em aulas de matemática. Os sujeitos participantes da pesquisa foram cinco (05) professores do 2º ciclo do Ensino Fundamental da cidade de Taperoá/PB. Ao fim deste trabalho identificamos três construções no GeoGebra voltadas para o Ensino da Matemática Escolar que tratem do estudo dos números racionais. Segundo os professores, o conteúdo de números racionais é de fundamental importância para socialização de situações cotidianas de outros conteúdos. A partir das construções ressaltaram suas contribuições, mas não aprovaram a construção 2, por apresentar um formato diferenciado das convencionais.

**Palavras-Chaves:** Números racionais, Geogebra, Aprendizagem.

## ABSTRACT

This study aimed to discuss the significance of the relationship part / whole, quotient and reason of rational numbers by GeoGebra resources devoted to the teaching of school mathematics. This study was to document the source PCN - National Curriculum Parameters (BRAZIL, 1997) and it is an exploratory qualitative analysis (FIORENTINI; Lorenzato, 2009). Therefore, the research took place in three steps: Step 1: Contextualizing the set of Rational Numbers and treatment in school mathematics, as well as presenting the meanings part / whole relationship, division and reason for these numbers. Step 2: Lift the GeoGebra site, buildings that exemplify the study of rational numbers considering the meanings part / whole relationship, division and reason. Then identify use of objective, methodology, contributions and limitations of proposals for teaching and for learning numerical set. Step 3: Apply a questionnaire with teachers from public schools in Taperoá- PB, and reflect on the feasibility of using GeoGebra constructions found with regard to the potential for learning in math classes. The subjects of the research were five (05) of 2 ° elementary school teachers of the cycle of the city of Taperoá / PB. At the end of this study identified three buildings in GeoGebra geared for School Mathematics Teaching dealing with the study of rational numbers. According to teachers, the content of rational numbers is of fundamental importance for socialization of everyday situations other content. From the buildings highlighted their contributions but not approved the construction 2, because of a different format from conventional.

**Key Words:** rational numbers, GeoGebra, learning

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1– Papiro de Rhind.....	25
Figura 2 – Papiro de Moscou.....	26
Figura 3 – Problemas parte/todo.....	29
Figura 4 – Exemplo de Problema - Razão.....	30
Figura 5 – Construção 1 .....	42
Figura 6 - Construção 2 .....	43
Figura 7 – Construção 3 .....	44

# SUMÁRIO

<b>1 MEMORIAL DO ACADÊMICO.....</b>	<b>15</b>
1.1 Histórico da Formação Escolar .....	16
1.2 Histórico de Formação Universitária .....	16
 <b>2 INTRODUÇÃO .....</b>	 <b>17</b>
2.1 Apresentação do tema .....	17
2.2 Problemática e Justificativa .....	19
2.3 Objetivos .....	21
2.3.1 Objetivo Geral .....	21
2.3.2 Objetivos Específicos .....	22
2.4 Considerações Metodológicas .....	22
 <b>3 OS NÚMEROS RACIONAIS NA MATEMÁTICA ESCOLAR .....</b>	 <b>24</b>
3.1 O tema Números Racionais na História .....	24
3.2 Orientações nacionais para a abordagem dos Números Racionais .....	26
3.3 As tecnologias no ensino de Matemática .....	32
 <b>4 RELAÇÃO PARTE/TODO, QUOCIENTE E RAZÃO COM SUPORTE DO GEOGEBRA .....</b>	 <b>37</b>
4.1 Apresentando as escolas e seus professores .....	37
4.2 A entrevista, análise e discussão dos resultados .....	38
4.2.1 Conhecimento sobre os significados dos números racionais e recursos didáticos .....	39
4.3 Construções no GeoGebra .....	41
4.4 As atividades com o GeoGebra e olhar dos professores da escola .....	45
 <b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	 <b>50</b>
 <b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	 <b>52</b>
 <b>APÊNDICE A – Questionário da Entrevista .....</b>	 <b>54</b>

# **1 MEMORIAL DO ACADÊMICO**

---

## **1.1 Histórico da Formação Escolar**

Dei início aos meus estudos no ano de 1986 onde comecei a estudar na Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Gastão de Barros, localizada na zona rural do município de Taperoá-PB. Nesta escola fiz os primeiros anos do Ensino Fundamental, mas fui reprovado na 2ª série (atual 1º ano), fato este que me marcou, pois fiquei reprovado na matéria de Matemática. Nesta época enfrentei grandes dificuldades, uma delas foi a distância que separava a minha casa da escola onde todo dia eu percorria esse trajeto caminhando, reflexo disto o meu rendimento era baixo principalmente na disciplina de Português. O método utilizado pela professora era tradicional e o ensino da matemática era voltado para o estudo da tabuada e a resolução das quatro operações, o ensino era rígido sendo aplicados alguns castigos.

No ano de 1998 comecei a estudar na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Melquíades Vilar localizada na zona urbana do município de Taperoá-PB situada a 18 km da minha residência. As dificuldades ainda eram enormes sobre a questão da locomoção, pois havia transporte escolar (pau de arara), mas passava cerca de três quilômetros de distância da minha casa. Assim, deste modo, todo dia saía de casa às dez horas do dia e só retornava às oito da noite. Nesta época comecei a estudar o segundo ciclo do Ensino Fundamental (anos finais do Fundamental) e senti muita diferença entre a escola na qual eu estudava e a nova escola, pois o modelo de ensino era tradicional mais havia aspectos que eu poderia comparar a Matemática com o meu cotidiano. Nesta época comecei a tomar gosto pela Matemática, assim eu comecei a vê-la não como uma disciplina, mas como algo prazeroso no qual eu poderia me identificar e estabelecer relações.

Desde então obtive grande facilidade no estudo da Matemática e ao concluir o Ensino Médio passei no concurso público para vigilante e posteriormente entrei no curso normal oferecido pela mesma escola.

## **1.2 Histórico de Formação Universitária**

Em 2010 consegui entrar no curso de Licenciatura em Matemática no qual estou prestes a concluí-lo. Para conseguir a vaga no curso de Licenciatura em Matemática no polo de Taperoá-PB, prestei vestibular e iniciei minha carreira universitária. Onde a primeira dificuldade encontrada foi o próprio ambiente virtual, não pelas atividades, mas por não ter conhecimento sobre informática e como manusear as próprias ferramentas tecnológicas presente no computador. Algo que foi superado com a prática diária no decorrer do curso.

Outro fato que me marcou nesta trajetória acadêmica foi o empenho de alguns tutores virtuais que sempre me ajudaram para que eu conseguisse concluir o curso. E destaco o papel da tutora presencial Juliana do polo de apoio presencial de Taperoá-PB graduada em Matemática que sempre me ajudou tanto no manuseio do computador no início do curso, como me auxiliando, incentivando nos meus estudos para que eu não desistisse. No segundo semestre do ano de 2012 tive que trancar o curso e voltar no semestre seguinte. Desde então venho cursando e este ano pretendo concluir.

Atualmente sou vigilante, trabalho no frigorífico e monto antenas, mas pretendo prestar um concurso público para professor de Matemática e posteriormente realizar uma especialização na área e dar início à minha carreira docente, tendo em vista que a única experiência que tenho como professor durante o período em que fui estagiário na escola em que estudei a segunda fase do Ensino Fundamental e o Ensino Médio.



## 2 INTRODUÇÃO

---

### 2.1 Apresentação do Tema

A matemática se faz necessária em nossa vida através dela podemos encontrar soluções concretas para questões, problemas que envolvem tanto grandeza, contagem, medidas, técnicas de cálculos como raciocínio lógico. De tamanha importância que é impossível pensar nossas ações diárias, sem a presença do conhecimento matemático. Mesmo o sujeito não detendo o conhecimento acadêmico matemático, ele disponibiliza do conhecimento do tipo “senso comum” e faz uso do mesmo ao realizar uma compra, ao realizar um saque, depósito bancário, etc., onde se faz uso de algumas operações matemáticas, seja ela; adição, subtração, multiplicação ou divisão.

Operações estas que direta e indiretamente inclui o conhecimento dos números racionais, na sua forma fracionária ou não, estes são de extrema importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Para que se possa estabelecer um raciocínio crítico acerca das frações também, compreendendo as suas operações e relações, pois “o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana o uso de frações limita - se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações.” (BRASIL 1998, p.68).

São vastas as situações onde podemos usar os números racionais. Por exemplo, quando medimos ou compramos algo geralmente fazemos uso dos números racionais, situações esta nas quais o sujeito, desde cedo, lida diariamente e que muita das vezes não sabem que estão fazendo uso desses números, que parecem tão complexos para parte dos estudantes que estão inseridos nas instituições de ensino, como afirma BASTO, (2014).

Atualmente podemos encontrar vários exemplos das aplicações nos números racionais em nosso dia a dia, se formos focar um pouco no caso das frações podemos observá-las, por exemplo, nos marcadores de combustível dos carros. Todo carro, hoje em dia, possui um marcador de combustível e a maioria deles utiliza frações para representar a quantidade gasolina que possui no carro. Outro exemplo bem comum onde podemos encontrar a aplicação das frações é em receitas de bolos, geralmente, encontramos a expressão  $\frac{1}{2}$  de chá de açúcar, por exemplo, em algumas receitas. (BASTOS, 2014).

Ao analisamos a citação acima encontramos várias outras situações diárias onde são usados os números racionais. Diante de tal importância devemos demonstrar a definição de números racionais. Números racionais são todos os números da forma de  $a/b$ , com  $b \neq 0$ ,  $a$  e  $b$  números inteiros. O conjunto de números racionais é representado pela  $\mathbb{Q}$  e na forma de conjunto escrevemos:

$$\mathbb{Q} = \{x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*\}$$

Os números racionais podem ser positivos, negativos e na forma fracionária. Desta forma podemos concluir que os  $\mathbb{N} \in \mathbb{Q}$  e que  $\mathbb{Z} \in \mathbb{Q}$  onde temos que os números racionais são formados pelo conjunto dos números reais exceto os números irracionais, pois  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I$ .

Sendo de tamanha importância para o desenvolvimento do conhecimento matemático que os números racionais já devem ser introduzidos nos anos iniciais no processo de escolarização das crianças, para que as mesmas não apresentem tanta dificuldade de compreensão nos anos seguintes. Esses números racionais devem ter um trabalho mais centrado e aprofundado a partir do 2º ano do Ensino Fundamental I, pois nesta fase, ao contrário do que muitos acreditam, a criança já traz consigo uma noção de números racionais.

Destaco o fato de que a criança não saber diferenciar o conceito de números naturais, mas sim, de fazer uso do mesmo em algumas situações simples ao realizar a compra de um salgadinho e receber um troco, ao dividir uma barra de chocolate, dividir lápis de pintura com o colega. Situações simples que fazem parte do seu cotidiano capaz de estimular o raciocínio lógico e intelectual das crianças.

Cabe à escola proporcionar situações em que fiquem claras as diferenças entre os conjuntos para que as crianças confrontem os saberes. Levar os alunos a refletir sobre o que são frações e para que elas servem é um caminho. As primeiras noções já podem ser introduzidas no 2º e no 3º ano do Ensino Fundamental, nas formas mais simples, como  $1/2$  e  $1/3$ . "Ou até mesmo antes, se o professor sentir necessidade de usar tais representações na realização de alguma atividade (PAULINA 2008).

Sendo que a criança nessa fase de escolarização já deve ter adquirido o conceito de número natural e por isto precisam conhecer outras formas de aplicação dos números mais complexos para poder fazer uso dos mesmos em seu cotidiano. Cabendo a instituição de ensino em conjunto com os professores proporcionar situações, desenvolver estratégias de ensino capaz de estimularem a compreensão dos números racionais. Além das situações já citadas anteriormente, outra ferramenta pedagógica que pode vir a contribuir para a apreciação desse conhecimento pode ser o uso das tecnologias, a exemplo, das balanças de pesar pessoas, calculadora, balança de laboratório e o computador.

## **2.2. Problemática e Justificativa**

O trabalho envolvendo procedimentos matemáticos é uma necessidade da sociedade contemporânea, sociedade é marcada por evoluções tecnológicas, desenvolvimento e crescimento profissional. E para exercer um cargo profissional o jovem cidadão deve ter no mínimo um pouco de conhecimento matemático, preferencialmente acompanhado de um conhecimento tecnológico. No entanto, este ambiente educacional deve estar apto a receber este jovem e instruí-lo em determinadas situações nas quais, sem o auxílio dos conhecimentos, matemáticos seria difícil se chegar a uma solução para determinados problemas.

Problemas esses capazes de envolver números com parte fracionárias, decimais nos quais é necessários saber muito mais do que simples técnicas de memorização. Por outro lado, ao mesmo tempo em que os números são um conteúdo discutido nos cursos de graduação, em particular discutiremos os significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais com recursos digitais. Esse trabalho deve ser iniciado através de propostas para aulas de matemática já no Ensino Fundamental.

Segundo Jobim e Pinto (2009), para Piaget, o conceito de fração é constituído pela criança no período operacional-concreto, desde que ela seja capaz de conservar quantidades tanto discretas, quanto contínuas. (JOBIM; PINTO, 2009, p.164). No entanto, precisa ser estimulada pelo professor em sala aula, porque se não a criança poderá enfrentar dificuldades em compreender o significado da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais.

É fato que a relação parte/todo, divisão e razão ainda são motivo de muitas dúvidas entre os alunos onde alguns não compreendem o porquê de determinadas questões matemáticas apresentarem números tão complexos e de difícil interpretação. Então por que não estimular o aluno a resolver questões envolvendo números racionais? Se os mesmo são tão importantes e necessários em nossa sociedade.

E esses números racionais na relação parte/todo divisão e razão poderiam ser trabalhados e explorados com maior riqueza de conhecimento com a ajuda da tecnologia, onde ao mesmo tempo em que o professor trabalha o conceito de números racionais parte/todo divisão e razão trabalharia também com a tecnologia. Dessa forma, teria a oportunidade de desenvolver no aluno a capacidade de aprender com seus erros e com a experiência adquirida através da manipulação, o que está em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) quando afirmam que:

O uso de softwares pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros (BRASIL, 1998, p. 44).

Diante da afirmação acima se percebe que no contexto educacional e profissional atual, o trabalho com recursos tecnológicos em sala de aula se faz essencial. Tanto para estimular o aluno a buscar soluções para novos desafios, como inserir de modo adequado às tecnologias aperfeiçoando e qualificando o aluno para enfrentar os novos desafios.

Retrato desta dificuldade percebi no período de estágio realizado na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Melquiades Vilar, situada na cidade de Taperoá-PB. Neste momento alunos estavam habituados com simples técnicas repetidas de memorização envolvendo divisão, em que ao se deparar com situações problemas envolvendo frações, cálculo de distância, operações simples de divisão que tinham como resultado números envolvendo casas decimais repetidas e não repetidas após a vírgula, não sabiam como interpretar o resultado da operação.

E mesmo fazendo uso da calculadora ou de programas de computadores para resolver estas situações problemas, essas dificuldades se repetiam. Ao questionar alguns o porquê de tal fato acontecer, alguns ressaltaram que não compreendiam o que eram

números racionais e não entendiam a razão de determinadas divisões, como também o porquê da necessidade de utilizá-la no seu cotidiano. Ou seja, muitos alunos não faziam relação do conteúdo com situações diárias e nesse caso a tecnologia não contribui de forma positiva para a compreensão do problema.

Este fato causou preocupação e ao mesmo tempo um questionamento do porque disto acontecer com alunos do 6º e 7º ano. Não podemos apontar culpados, mas sim, temos que compreender e buscar soluções através de pesquisas em diversas fontes, como também apresentar propostas didáticas pedagógicas com o objetivo de que os significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais sejam compreendidos pelos alunos nos períodos iniciais do processo de escolarização, e que nos anos posteriores este conhecimento seja consolidado e expandido para outras salas de aulas entre os próprios alunos.

Levando em consideração que existem diversos objetos de aprendizagem que podem ser usados como ferramentas de aprendizagem para a compreensão de números racionais, identificamos tanto os objetos tradicionais a exemplo de folhas de jornais, balas, moedas, como recursos digitais que seriam também atraentes para os alunos, já que vivemos em uma sociedade movida a tecnologia e temos que nos adaptar a ela.

E entre estes recursos digitais podemos citar a calculadora científica a balança, os computadores e os softwares educativos, a exemplo do GeoGebra onde os alunos poderão criar aplicativos como: mover e observar as características do objeto manipulado, objetos estes manuseáveis e de fácil utilização e facilidade de acesso.

Dessa forma, a partir deste contexto, buscamos investigar de que forma as construções no GeoGebra permitem a exploração dos significados dos números racionais considerando a relação parte/todo, quociente e razão. Para tanto, elencamos os objetivos geral e específicos apresentados a seguir.

## **2.3 Objetivos**

### **2.3.1 Objetivo Geral**

Analisar os significados da *relação parte/todo*, *quociente* e *razão* através de recursos do GeoGebra, voltados para o Ensino da Matemática escolar.

### 2.3.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral apresentado, adotamos os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar os significados da *relação parte/todo*, *quociente* e *razão* do conjunto de números;
- Identificar construções no GeoGebra voltadas para o ensino da Matemática escolar que tratem do estudo dos números racionais.
- Refletir juntamente com professores do Ensino Fundamental sobre as possibilidades e limitações de construções do GeoGebra em aulas de Matemática para o tratamento dos números racionais e seus significados *relação parte/todo*, *quociente* e *razão*.

### 2.4 Considerações Metodológicas

A pesquisa neste trabalho é entendida como sendo um “procedimento reflexivo, sistemático, controlado e crítico que permitem descobrir novos fatos ou dados, soluções ou leis, em qualquer área do conhecimento” (RAMPOZZO, 2005, p.48).

Este trabalho tem seu foco direcionado para os significados da relação parte/todo, divisão e razão do conjunto que podem ser trabalhados com recursos do GeoGebra como propostas para aulas de Matemática do Ensino Fundamental. Para a realização do mesmo procuramos subsídios nos Parâmetros Curriculares Nacionais que nortearam a investigação de construções no GeoGebra que se configurassem como propostas para aulas de Matemática.

Segundo Rampozzo (2005 p.29), o conhecimento científico é uma conquista recente da humanidade no qual “não se buscam mais as causas absolutas ou a natureza íntima das coisas; ao contrário, procura-se compreender as relações entre elas, assim como explicação dos acontecimentos, pela observação científica aliada ao raciocínio”.

Diante de tal interesse e de acordo com o objetivo desta pesquisa, esta se caracteriza por seu caráter exploratório. Para os autores este tipo de pesquisa é caracterizado por uma maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. Quanto à coleta de dados, esta pesquisa é do tipo Estudo de Caso. Para Fiorentini e Lorenzato (2009) isto significa que é uma pesquisa qualitativa uma vez que o que se busca é aprofundar o entendimento sobre a divisão dos números racionais com o auxílio de recursos digitais nas aulas de matemática.

Para a consecução dos objetivos, esta pesquisa foi organizada nas seguintes etapas:

**Etapá 1:** Contextualizar o conjunto dos Números Racionais e o tratamento dado na Matemática escolar, bem como apresentar os significados *relação parte/todo*, *quociente* e *razão* desses números. O resultado desta etapa gerou o referencial teórico do TCC que compreende o Capítulo 3 – Os Números Racionais na Matemática escolar.

**Etapá 2:** Levantar na internet, no site<sup>1</sup> do GeoGebra, construções que exemplifiquem o estudo dos números racionais considerando os significados *relação parte/todo*, *quociente* e *razão*. Em seguida identificar objetivos de utilização, metodologia empregada, contribuições e limitações das propostas para o ensino e para a aprendizagem este conjunto numérico. O resultado desta etapa gerou parte do Capítulo 4 - Os significados *relação parte/todo*, *quociente* e *razão* com suporte do GeoGebra. Adiantamos que foram encontradas 03 três atividades e que as mesmas foram discutidas no Capítulo 4.

**Etapá 3:** Aplicar um questionário com professores de escolas pública da cidade de Taperoá- PB, e refletir sobre a viabilidade de utilização das construções do Geogebra encontradas no que diz respeito às potencialidades para a aprendizagem em aulas de matemática. O resultado desta etapa gerará parte do Capítulo 4 - *Relação parte/todo*, *quociente* e *razão* com suporte do GeoGebra.

---

<sup>1</sup> <http://tube.geogebra.org>

### 3 OS NÚMEROS RACIONAIS NA MATEMÁTICA ESCOLAR

---

#### 3.1 O Tema Números Racionais na História

Historiadores relatam que para se chegar ao conceito de número e mais especificamente, à definição e conhecimento que temos dos números racionais hoje, no século XXI, foi necessário um longo processo. De fato, para Boyer (2010).

É mais provável que a percepção tenha sido gradual, desenvolvida tão cedo no desenvolvimento cultural do homem quanto ao uso do fogo há 300.000 anos. O desenvolvimento do conceito de número foi um processo longo e gradual é sugerido pelo fato de que certas línguas o grego inclusive, conservaram na sua gramática uma distinção tripartite entre um e dois e mais de dois, ao passo que a maior parte das línguas atuais só faz distinção em “número” entre singular e plural. (BOYER, 2010, p.2).

Relatos como este nos leva a crer que foi a partir da experiência com muitos conjuntos, em correspondência biunívoca que a humanidade concebeu a ideia de número e que inicialmente foi representada através de símbolos e posteriormente desenvolveu a escrita de números.

Mas na idade da pedra ainda não tinha sido construída o conceito de fração e com o surgimento das culturas mais avançadas, especificamente durante a idade do bronze surgiu à necessidade de fazer uso do conceito de fração. Segundo relatos de Boyer (2010), os primeiros documentos que tratam dos números racionais é papiro de Rhind ou papiro de Ahmes, o mais antigo documento matemático do antigo Egito, no qual, provavelmente parte de seu conhecimento tenha vindo do arquiteto e médico do faraó Zoser o famoso Imhotep, responsável pelas construções das pirâmides do faraó Zoser a cerca de 5000 anos.

O Papiro de Rhind foi desenvolvido utilizando uma escrita mais cursiva que se adaptava melhor ao uso de tinta sobre folha, neste papiro as inscrições Hieroglíficas tinha uma notação especial para cada tipo de fração, por exemplo, a fração  $\frac{1}{8}$  era escrita como  $\frac{1}{8}$ , mas, para os egípcios as frações em geral eram tida como um enigma,



pois eles tratavam a maioria das frações racionais da forma  $a/b$  como se não fosse algo elementar, mas como sendo parte de um processo incompleto.

Os egípcios tinham uma preferência por frações derivadas das frações ditas naturais como  $1/2$ ,  $1/3$  e  $2/3$  e costumava expressar a maioria das frações como sendo a soma de frações unitárias. Por exemplo, hoje abordamos que a fração  $3/5$  é irredutível para nós, mas para os egípcios a fração  $3/5$  era fruto da soma das frações unitárias  $1/3$ ,  $1/5$  e  $1/15$ .

A Figura 1 a seguir, apresenta uma parte do *papiro Rhind*. Depositado no *Museu Britânico*, Londres, o *papiro Rhind* ou *Ahmes* mede 5,5 m de comprimento por 0,32 m de largura, datado aproximadamente no ano 1650 a.C. onde encontramos um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

Figura 1– Papiro de Rhind



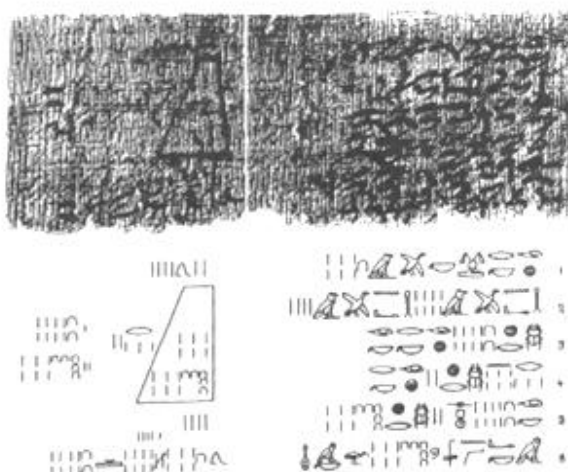
Fonte: <http://www.matematica.br/historia/prhind.html>

Além do papiro de Rhind, existem outros documentos matemáticos de extrema importância como o papiro de Berlim que continha lista de frações unitárias, datado do fim do período dos hicsos. Outro documento importante foi papiro de Golonishev ou mais conhecido como papiro de Moscou que possuía quase o mesmo comprimento do papiro de Rhind, mas apenas um quarto de sua largura, escrito por autor desconhecido

em 1890 a.C. aproximadamente, esse papiro continha 25 problemas matemáticos da vida prática e muitos deles envolviam o conceito de fração.

A Figura 2 a seguir, apresenta (alto) uma parte do Papiro de Moscou, mostrando o problema do volume de um tronco de pirâmide quadrada, juntamente com a transcrição hieroglífica (abaixo).

Figura 2 – Papiro de Moscou



Fonte: Boyer (2010, p.27)

A partir destes fatos, percebe-se que a ideia de número foi desenvolvida pelo homem e com as evoluções características de cada época que passou a realizar o processo de contagem ganhado força com rituais religiosos onde o aspecto ordinal precedeu os conceitos quantitativos. De modo que cada vez mais os números e a contagem passaram a fazer parte da civilização humana e a cada instante surge a necessidade de usar esse processo em situações diárias, situações estas já relatadas acima.

### 3.2 Orientações Nacionais para a Abordagem dos Números Racionais

A abordagem sobre números racionais devem ser introduzida desde o início do processo de escolarização das crianças. Mesmo que de forma não convencional é

interessante que desde cedo o aluno tenha acesso ao conceito de números racionais para que ao chegar ao quarto ciclo, não apresente tanta dificuldade como são presenciadas nas salas de aula pelos professores. Ocorre que os professores levam um vasto tempo “revisando” conteúdos de um ciclo anterior com a intenção de que o aluno aperfeiçoe conteúdos do ciclo passado. Algo que não deve ser feito conforme indicações dos PCN, esta revisão muita das vezes é realizada de maneira esquematizada.

Essa retomada é desenvolvida de forma bastante esquemática, sem uma análise de como esses conteúdos foram trabalhados no ciclo anterior e em que nível de aprofundamento foram tratados. Assim, a revisão infundável de tópicos causa grande desinteresse aos alunos e, ao final, fica a sensação de que a série inicial do terceiro ciclo é uma série desperdiçada. (BRASIL, 1998, p. 62)

O aluno ao ingressar em um novo ciclo traz consigo a expectativa de um conteúdo novo, com metodologias novas, em que ele seja desafiado a superar seus próprios limites. Diante disto a importância dos professores tomarem por base os PCN nos quais tratam de orientações sobre a abordagem dos números racionais.

Inicialmente é bom observamos que para se trabalhar com os números racionais se faz necessário superar técnicas de ensino tradicionais de memorização e procedimentos mecânicos nas quais limitam o poder de descobridor de conhecimento do aluno além do mais se faz necessário que o aluno possa explorar situações problemas diários com contagem que envolvam números racionais. Segundo Jobim e Pinto (2009)

Tanto nos livros didáticos como nas salas de aula, geralmente a introdução aos números racionais é dada com a ideia de fração. Em geral, também as frações são ensinadas de modo bastante rígido, por meio de ilustrações nas quais uma grandeza é repartida em  $n$  partes iguais. (JOBIM; PINTO, 2009, p.163).

De modo que sempre surgirá uma dúvida no aluno sobre como dividir em  $n$  partes um objeto, um número, já que em muitas das vezes este número em sua divisão pode apresentar  $n$  casas decimais e o aluno ao se deparar com tal fato, não sabe como lidar com tal situação. Sendo assim é aconselhável que se comece a trabalhar com números racionais a partir de materiais manipuláveis e de preferência de fácil acesso em que o aluno não se intimide a manuseá-los a exemplo de revistas, em que ele pode manusear experimentar, buscar novas soluções para questionamentos existentes.

Os estudos dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal merecem especial atenção no segundo ciclo sendo intensificada no terceiro ciclo, partindo da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão e operador (BRASIL, 1998, p. 66).

Ao longo do processo evolutivo da sociedade o conceito de fração foi expandido para os ambientes educacionais, inseridos nos currículos escolares como conteúdo obrigatório. Nos anos iniciais as noções de frações são introduzidas a partir do 2<sup>a</sup> ano de maneira superficial e ampliada a partir do 4<sup>a</sup> ano, onde são apresentadas as diferentes formas de fração. Vejamos a seguir esses significados:

A **relação parte/todo** vem da ideia de pegar o todo ( $n$ ) e dividir em partes iguais, onde cada parte representa  $\frac{1}{n}$  do todo. Mas isso implica em uma relação de dupla contagem onde o denominador representa o total de partes que o todo foi dividido e o numerador representa quantas partes estão sendo utilizadas na operação (DRECHMER, ANDRADE, 2011). Um exemplo, dessa ideia ocorre na situação: *O pai de Joãozinho dividiu uma pizza em 6 fatias e Joãozinho comeu uma fatia. Que fração representa o total de fatias que Joãozinho comeu?*

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.102):

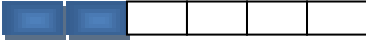
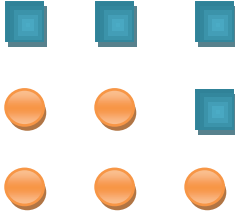
A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas. (BRASIL, 1998, p. 102).

Também é comum o uso de representações geométricas para o entendimento do problema. É interessante também apresentar aos alunos diversas situações, nas quais eles possam trabalhar com a construção, composição e decomposição de várias representações geométricas, nas quais essas representações seja capaz de levar o entendimento. Vejamos mais dois exemplos de problemas a seguir<sup>2</sup>:

---

<sup>2</sup>Estes exemplos foram encontrados no site <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25758> ao pesquisarmos sobre Planos de Aula envolvendo frações.

Figura 3 – Problemas parte/todo

<p>1) Dividi uma barra de chocolate em 6 partes e comi 4 destas partes. Que fração da barra de chocolate eu comi?</p> <p>Resposta: <math>\frac{2}{6}</math></p>	<p>2) Na figura abaixo, que fração o número de círculos representa do total de figuras?</p> <p>Resposta: <math>\frac{4}{9}</math></p>
	

Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25758>

No primeiro problema do quadro, a atividade poderá levar o aluno a compreender que o chocolate foi dividido em seis partes. Agora o professor poderá chamar a atenção dos alunos para o fato da parte pintada representar a parte restante da barra de chocolate. Neste caso, o problema pede exatamente aquilo que foi consumido, neste caso, podemos representar as posições ocupadas pela parte do chocolate que foi comida. O TODO neste caso é um único objeto: a barra de chocolate. Já no segundo problema, o TODO corresponde a um conjunto de nove objetos, sendo quatro quadrados e cinco círculos. No primeiro caso, temos uma representação parte-todo chamada de contínua e no segundo, discreta.

Para a ideia de **quociente**, seu significado é dado quando é utilizado o recurso da divisão para encontrar o resultado de um problema. Em outras palavras é o número propriamente dito. (DRECHMER, ANDRADE, 2011). Um exemplo que representa essa situação é o seguinte: *Na sala de aula a professora distribuiu igualmente duas barras de chocolate para seus 5 alunos. Quanto cada aluno vai receber? Ou ainda, Juliana fez três pizzas e decidiu dividi-los igualmente entre suas duas filhas".Que número corresponde ao total de pizza que coube a cada filha?* Neste caso, a solução seria  $\frac{3}{2} = 1,5$ , ou seja, uma pizza e meia.

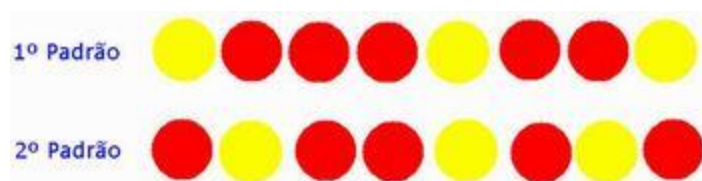
Novamente, segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.102),

Outra interpretação do número racional como quociente de um inteiro por outro ( $a : b = \frac{a}{b}$ ,  $b \neq 0$ ). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número:  $\frac{2}{3}$ . (BRASIL, 1998, p. 102).

Na ideia de **razão**, diferente das anteriores, tem-se aquela em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão (BRASIL, 1998, p. 102) Razão, então é a relação entre o numerador e o denominador, onde as relações entre essas duas variáveis expressam uma mesma grandeza. Onde a ideia de razão é de extrema importância para se compreender o conceito de equivalência, pois duas frações serão equivalentes se possuírem a mesma razão. (DRECHMER, ANDRADE, 2011).

Um exemplo que representa essa situação é o seguinte: *um pedreiro para fazer um traço de massa de cimento coloca três latas de areia e uma de cimento. Que fração representa o cimento que o pedreiro colocou para fazer a massa?* Ou ainda, na confecção de colares com contas (bolinhas com furo) amarelas e vermelhas obedecendo a seguinte orientação: para cada 3 contas amarelas são colocadas 5 contas vermelhas. Isso é possível a partir do padrão de colocação das contas no fio de nylon. Por exemplo,

Figura 4 – Exemplo de Problema - Razão<sup>3</sup>



Assim, a razão das contas amarelas para as vermelhas, independente do colar obtido, leva a conclusão dos alunos que todas são equivalentes a razão 3/5.

---

<sup>3</sup>Estes exemplos foram encontrados no site <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25758> ao pesquisarmos sobre Planos de Aula envolvendo frações.

Essas relações aparecem constantemente nas atividades do livro didático principalmente a relação parte/todo que se estabelece como um elemento que busca introduzir na criança o conceito de fração, mas essas relações devem trabalhar em conjunto uma dando significado à outra. Diante de tais fatos, entendemos que este trabalho deve ser intensificado no terceiro ciclo e não apenas no quarto círculo como muitos consideram.

Neste ciclo, os alunos devem ser estimulados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos não convencionais ou convencionais, com ou sem uso de calculadora. (BRASIL, 1998, p. 66).

Para aliar neste trabalho o uso da calculadora pode ser uma ótima ferramenta de aprendizagem, em que se podem trabalhar as casas decimais da parte/todo aperfeiçoando e estimulando os procedimentos de cálculos aritméticos em que o aluno se sinta motivado a buscar soluções e venha a superar a memorização de regras e de algoritmos, não sabendo agir por conta própria.

Apesar de professores considerarem que nesse ciclo o aluno deve utilizar o cálculo mental e a escrita em papel sem o uso de ferramentas digitais, que os auxiliem neste processo de compreensão dos números racionais. Estudos revelam que é interessante que a partir do terceiro ciclo o aluno passe a utilizar essas ferramentas para cálculos mais complexos a exemplo da calculadora, como apontam os PCN:

Saber usar a calculadora, por exemplo, é hoje uma das competências de cálculo que o aluno deve desenvolver. Em particular, a calculadora não deve ser empregada, simplesmente, para efetuar operações, mas como auxiliar na exploração e investigação de situações problemas”. (BRASIL, 1998, p. 49).

Nesta fase, os alunos já percebem que os números em sua divisão nem sempre podem apresentar resultados exatos, com representações simples, e em muitas ocasiões quando se deparam com problemas do cotidiano, a exemplo dividir uma dúzia de lápis pra cinco colegas, ou calcular o juro de uma caderneta de poupança, a distância de sua casa até a escola, ou volume de água de uma cisterna, para alguns alunos é difícil lidar com estas situações do cotidiano.

Este trabalho com essas situações problemas que levam os alunos a aprimorarem o verdadeiro sentido de usar os números. Daí a importância de uma formação que

possibilite aos professores a compreensão destas questões e o desenvolvimento de estratégias de ensino mais eficazes.

Nesta fase seria interessante também que o ambiente escolar disponibilizasse de alguns recursos de aprendizagem a exemplo de computadores, com programas a exemplo da planilha excel, calculadoras, jogos, decomposição de figuras. Para Jobim e Pinto (2009), “nessa fase, devem ser apresentadas aos alunos situações diversificadas, em que eles trabalhem com a composição e decomposição de figuras e as várias representações possíveis para um mesmo número racional” (JOBIM; PINTO, 2009, p.170).

Sendo assim podemos concluir que existem várias orientações, propostas para serem trabalhar com números racionais nos quais os alunos irão compreender todo o processo e significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais de uma maneira prática e objetiva, desmistificando a crença e o medo que alguns alunos têm em estudar matemática.

### **3.3 As Tecnologias no Ensino de Matemática**

Com o crescente processo tecnológico ocorrido na sociedade nos últimos séculos ocorreram várias mudanças no modo de vida dos seres humanos. Mudanças estas que são presenciadas em todas as classes sociais e que afetam os setores, econômico, político e principalmente educacional.

Na área educacional estas tecnologias têm sido objeto de estudo, análises e reflexões, sinalizando sua importância estratégica como instrumento capaz de contribuir para o desenvolvimento desta área.

É neste contexto de transformação, de inovação tecnológica que o campo educacional vem presenciado mudanças significativas que afetam diretamente e indiretamente toda a comunidade. Os discentes estão se tornando descobridores do seu próprio conhecimento com o auxílio das ferramentas tecnológicas, levando para sala de aula um conhecimento adquirido por conta própria, onde em algumas ocasiões deixa transparecer para o professor que em relação à tecnologia ele, o aluno, adquiri um conhecimento por conta própria. E este fato nos leva a uma indagação. Qual seria a



importância da formação de professores para uso de tecnologia? Para responder a este questionamento é interessante recorreremos ao pensamento de Brennand (2007), no qual ressalta que:

O custo elevado para a aquisição de um computador e de uma conexão a internet, além da falta de habilidade no manuseio dessas tecnologias, ainda são os principais entraves para o uso da internet no Brasil. Embora o custo seja uma barreira de grande relevância, o principal obstáculo para a utilização da internet é a deficiente formação tecnológica de parte dos brasileiros, o que contribui significativamente para a exclusão digital no país (RIQUE; BEZERRA; BRENNAND, 2011, 2011, p.63).

De acordo com o que foi dito podemos analisar que o fato de muitos professores ainda não dominarem o conhecimento tecnológico como muitos alunos fazem se devem ao fato que a deficiente formação tecnológica afeta diretamente a atuação do professor em sala de aula. Contudo, devemos ressaltar que um grande número de professores que atuam em sala de aula é fruto de uma formação acadêmica “antiga” baseada apenas em livros que não contemplavam a tecnologia.

Entendemos que com o avanço tecnológico e as necessidades e desafios impostos pela própria sociedade, se faz necessário que nossos professores sejam possuidores de uma formação completa para atuarem tanto em sala de aula como fora dela que nossos professores sejam fomentadores de uma formação tecnológica significativa em que o ato de construir conhecimento seja decorrente das novas demandas sociais, e ao mesmo tempo reconheça as especificidades da linguagem na sociedade do conhecimento.

Especificamente sobre o ensino de Matemática com suporte nas tecnologias, segundo o Comitê Gestor da Internet no Brasil, citado por Rique et al (2011, p.63).

Os computadores e a internet também oferecem oportunidades que facilitam o desenvolvimento e o entendimento de conceitos e procedimentos matemáticos. Entre outras possibilidades, o uso de figuras elaboradas em aplicativos (softwares) de geometria dinâmica pode auxiliar o aluno a entender as figuras geométricas como classes, diferenciando-as do simples desenho de uma figura.

Além do mais, os professores podem contar com vários recursos informáticos de aprendizagem entre os quais destaco o GeoGebra. O GeoGebra é um software

matemático livre (é possível copiar, executar, aperfeiçoar, estudar, modificar e distribuir) idealizado e realizado por Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg.

Sua primeira versão foi lançada em 2001, a partir de um projeto para a sua dissertação de mestrado e que constituiu também a sua tese de doutorado na Universidade de Salzburgo, na Áustria. Já foram lançadas várias versões do GeoGebra, mas atualmente está em testes a versão 5.0 beta um aplicativo capaz de fazer construções em três dimensões.

Inicialmente o GeoGebra teve uso nos Estados Unidos e na Europa, mas atualmente vem ganhando espaço no contexto atual. No Brasil em 2010, foi criado o Instituto GeoGebra de São Paulo com sede na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Em 2011 aconteceu a primeira conferência Latino-Americana de GeoGebra teve como uns dos principais objetivos reunir pesquisadores com a proposta discutir e compartilhar suas experiências, ideias e projetos sobre o uso do GeoGebra. Segundo Abar (2011) eventos sobre o uso do GeoGebra já haviam sido realizados na Europa e nos Estados Unidos, mas esta foi a primeira oportunidade de organizar uma conferência deste porte na América Latina.

No Brasil há dois institutos consolidados, o Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro e o Instituto GeoGebra de São Paulo, formando juntos uma importante área de pesquisa sobre o software. Atualmente o software está disponível em mais de cinquenta línguas entre elas o português que torna o aplicativo ainda mais interessante. O seu nome advém da união da **GEOM**etria com a ál**GE**BRA, formando assim o nome GeoGebra, indicado e utilizado principalmente em ambientes de salas de aula de matemática.

O Geogebra permite fazer construções dinâmicas, pois ele proporciona a criação e manipulação de figuras de uma forma bem prática correlacionando as figuras criadas na janela geométrica com os elementos algébricos. Um ambiente de geometria dinâmica, segundo Silva e Penteado (2016) pode ser definido como:

[...] um ambiente computacional que possui como característica principal o “arrastar” dos objetos pela tela do computador com o uso do mouse, possibilitando a transformação de figuras geométricas em tempo real. Os softwares de geometria dinâmica permitem aos estudantes criarem construções geométricas e manipula-las facilmente. (SILVA; PENTEADO, 2016, p. 1069) .

Portanto, se a formação acadêmica do professor contemplar uma formação também tecnológica este terá uma importante ferramenta didática pedagógica para elaboração e execução de suas aulas. Importante lembrarmos que quando nos referimos ao uso da tecnologia em sala de aula, não podemos ficar “presos” apenas aos computadores, pois temos uma vasta lista de objetos tecnológicos, a exemplo de balanças de laboratório, copo medidor, calculadoras, além dos programas computacionais e dos objetos de aprendizagem. Onde o professor poderia fazer uso objetos que são de fácil acesso por parte dos alunos e por ele próprio, e ao mesmo tempo irá usar a tecnologia para a compreensão de diversos conteúdos matemáticos a exemplo das operações com números racionais, assunto que parecesse tão complexo e de difícil entendimento por parte dos estudantes, principalmente no Ensino Fundamental.

Daí o tamanho da importância da formação de professores para uso de tecnologias. Tecnologias que contribuem significativamente para a aprendizagem, “como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem. Como auxilia no processo de construção do conhecimento” (BRASIL, 1998, p.44).

Constatamos que a formação de professores na área tecnológica a cada instante se faz mais necessária, apesar de que muitas escolas públicas brasileiras ainda não estarem equipadas com ferramentas tecnológicas. Esta é a realidade da cidade de Taperoá, na Paraíba, pois das 17 (dezessete) escolas municipais existentes, apenas 01 (escola da zona urbana possui computadores e uma lousa digital. Com relação às escolas estaduais, das três escolas existentes na cidade todas são equipadas com aparelhos tecnológicos e entre estas 03 (três) apenas 01 possui laboratório de informática.

Para favorecer o uso da tecnologia no ensino de matemática os professores devem ter em mente que “se as tecnologias digitais alteram processo de ensino-aprendizagem em seus significados, em função de uma nova visão do mundo e do ser humano, o papel de organizador do processo educativo escolar - o professor-também sofre alterações significativas” (LOPES 2005, p.34, apud LIRA; MACIEL, 2011).

Diante dessa realidade, os professores não podem se contentar apenas com uma formação acadêmica tradicional que não contemple a tecnologia no ensino de matemática, eles devem procurar uma formação complementar para que o ensino de matemática possa ser enriquecer a metodologia empregada em suas aulas. Em que os

recursos de ensino e de aprendizagem passem a ser utilizados e de uma maneira enriquecedora na construção do conhecimento tanto do aluno como do professor.

## **4 RELAÇÃO PARTE/TODO, QUOCIENTE E RAZÃO COM SUPORTE DO GEOGEBRA**

---

### **4.1 Apresentando as Escolas e seus Professores**

Para a compreensão do tema, buscaremos nesta sessão apresentar uma reflexão sobre as possibilidades e limitações de construções do GeoGebra em aulas de Matemática para o tratamento dos números racionais e seus significados relação parte/todo, divisão e razão feita juntamente com professores do Ensino Fundamental de escolas públicas.

Nesta pesquisa participaram cinco (05) professores, onde três (03) lecionam em escolas da Rede Municipal de Educação da cidade de Taperoá-PB e dois (02) em escolas da Rede Estadual de Educação da cidade de Taperoá-PB.

Os professores participantes desta pesquisa lecionam em várias escolas para poder cumprir a carga horária estabelecida na LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), as instituições de ensino nas quais estes professores atuam estão localizadas na zona urbana do município de Taperoá/PB.

Solicitamos previamente a permissão do corpo docente, logo após apresentamos o tema em discussão nesta pesquisa para que fosse possível a realização da entrevista e obtenção dos dados. Utilizamos como método de obtenção dos dados as entrevistas, classificadas neste estudo como estruturadas ou padronizadas e entrevista não estruturada.

Para melhor identificação dos sujeitos da pesquisa, denominamos cada um por Professor A, B, C, D e E, por questões de ética.

Os professores A e B e C lecionam no Ensino Fundamental II, em turmas de 6º, 7º, 8º e 9º ano, em dois períodos manhã e tarde, suas salas de aula são compostas por vinte e cinco (25) alunos em média.

O professor D leciona no Ensino Fundamental II em turmas do 6º e 7º, em dois períodos manhã e tarde, suas salas de aula são compostas por vinte e cinco (25) alunos em média.

O professor E leciona o Ensino Fundamental e o Ensino Médio em turma do 6º ao 9º ano e o Ensino Médio, suas salas de aula são compostas por uma turma de 25 alunos em média.

Todos os professores possuem curso de graduação em matemática. Os professores A e B possuem pós-graduação – Especialização em Educação matemática, concluída entre os anos de 2006, 2008, 2011 e 2012. Um professor não especificou o ano em que concluiu sua formação acadêmica. Dois desses professores A e B participam de um programa de formação continuada “PNAIC”. O Professor D, concluiu sua formação em 2014 e não frequenta nenhum curso de formação continuada. O Professor possui graduação e está concluindo sua pós-graduação-Mestrado.

#### **4.2 A Entrevista, Análise e Discussão dos Resultados**

A entrevista com os professores ocorreu no período 18 de maio a 26 de maio de 2016, onde foi aplicado um questionário composto por 17 perguntas abertas e fechadas, tendo como o objetivo identificar o grau de formação, tempo de atuação e grau de conhecimento dos professores sobre as novas tecnologias no ensino da matemática, com foco para o GeoGebra. Com esta entrevista, foi identificado aspectos como grau de conhecimento e utilização dos softwares educacionais em geral e também do GeoGebra, assim como, a concepção dos professores acerca do assunto parte/todo, divisão e razão dos números racionais.

As entrevistas ocorrem nas escolas de atuação dos professores, á saber, Escola Municipal de Ensino Fundamental Pedro de Farias, Escola Municipal de ensino Fundamental Manoel de Farias Souza e Escola Municipal de Ensino Fundamental Odacy Vilar; Escola Estadual de Ensino Fundamental e EJA Felix Daltro e Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Melquiades Vilar.

Para facilitar a compreensão e interpretação dos dados obtidos entre os professores, a análise foi dividida em duas partes segundo duas categorias: *conhecimento sobre os significados dos números racionais e recursos didáticos e significados dos racionais contidos nas atividades do GeoGebra*. O roteiro da entrevista encontra-se no Apêndice A.

#### 4.2.1 Conhecimento sobre os significados dos números racionais e recursos didáticos

Nesta categoria buscou-se identificar e interpretar o grau de compreensão da temática investigada, através do questionamento: *De que maneira você costuma ensinar o conteúdo de números racionais aos seus alunos?* Neste sentido tivemos como discurso encontrado:

Professor A: “*Com aula expositiva, exemplos feitos no quadro, atividades escritas, vídeos*”.

Professor B: “*Apresento o conteúdo, com vídeos e demonstrando exemplos explicativos para facilitar a aprendizagem*”.

Professor C: “*De início faço um embasamento de situações do cotidiano dos alunos em que utiliza números racionais em seguida faço demonstrações no quadro usando as operações de números racionais*”.

Professor D: “*Aula expositiva e explicativa, exercícios escritos, com dialogo referente ao conteúdo e logo após a dúvidas sanadas, utilizo o exercício e resolve-los juntamente com o aluno*”.

Professor E: “*início apresentando problemas que envolvem situações do dia a dia, tipo as fatias de um bolo, de uma pizza, as partes de um chocolate em barra, e daí estendo para as representações geométricas*”.

Percebe-se que algumas atividades são desenvolvidas de maneira convencional no qual utilizam o quadro, no entanto em outras atividades já faz uso de vídeos e de algumas situações problemas. Neste aspecto recorrendo como principal recurso didático, os tradicionais livros didáticos e a lousa. Ressaltando que os vídeos são apenas uma exibição de um experimento realizado por outros participantes, onde os alunos podem não interagir. Sobre os livros didáticos devem ser utilizados como um suporte e não como recurso principal do processo de aprendizagem, pois o material didático que é

oferecido ao aluno e ao professor em muitas ocasiões não trás um suporte adequado para o ensino de números racionais.

No entanto devemos observar que muitas escolas ainda não possuem equipamentos tecnológicos como também muitos professores não possui uma formação que envolva tecnologia.

Com relação presença dos números racionais nos conteúdos acadêmicos, quando questionados: *Qual é a maior dificuldade que os alunos enfrentam ao trabalhar com números racionais?* Os professores responderam:

Professor A: “*A utilidade desses números no dia a dia, eles não consigam utilizar*”.

Professor B: “*A maior dificuldade é a capacidade de lidar com os números racionais em contexto reais*”.

Professor C: “*É Não ter o pleno domínio das operações com naturais visto é a base fundamental para trabalhar com racionais*”.

Professor D: “*A divisão das frações transformando em números decimais, já que utilizam a vírgula*”.

Professor E: “*Percebo que sentem dificuldade ao realizarem as operações, principalmente da adição/subtração quando de denominadores são diferentes, talvez por não terem compreendido o conceito da relação de equivalência.*”

Percebe-se então que a principal dificuldade dos alunos segundo os professores participantes é a não compreensão do conceito que sejam números racionais e da dificuldade com as operações aritméticas.

Nesta categoria buscou-se interpretar a grau de importância da temática investigada através do questionamento: *Você considera importante que os alunos compreendam os significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais?* A partir do qual foram dadas as seguintes respostas:



Professores A: *“Sim, para que ele consiga entender o conteúdo e não apenas fazer repetições”.*

Professor B: *“Pois trabalha com o desenvolvimento mental e vemos as habilidades dos nossos alunos”.*

Professor C: *“Facilita a aprendizagem nas situações cotidianas, como parte importante na construção do pensamento numérico”.*

Professor D: *“Sim, pois contribui para o desenvolvimento do aluno no entendimento na relação de divisão um em um diversidade de décimos e mostrando assim a importância da infinitividade dos racionais”.*

Professor E: *“É importante que eles compreendam estes significados, embora que, tenho percebido que o que fica mais evidente é a relação parte/todo”.*

A partir das respostas pode-se ter a o entendimento que todos os professores compreendem a importância dos alunos terem o domínio dos significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais e posteriormente usa-las em situações cotidianas, fazendo uso do conhecimento adquirido na escola com sua vivência diária.

### **4.3 Construções no GeoGebra**

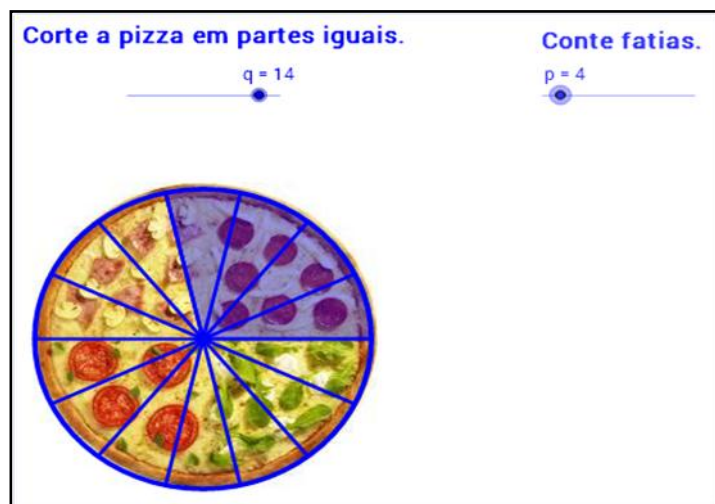
Nesta seção apresentaremos três exemplos de construções no Geogebra que mostram diferentes formas de tratamento das frações considerando a relação parte/todo, divisão e razão.

Os desenvolvedores do Geogebra criam e disponibilizam de forma gratuita construções pré-elaboradas utilizando o programa, nos quais os alunos podem interagir de forma dinâmica com o conteúdo abordado, proporcionando a eles uma interação com o conteúdo em tempo real de uma forma prática e diferenciada, proporcionando que eles aprendam através da observação e manipulação.

Para o conteúdo de números racionais existem várias dessas construções que utilizam o programa para representar o conceito de fração. Dentre elas selecionamos as seguintes:

**Construção 1 - Pizzas e frações<sup>4</sup>.** Essa construção proporciona ao aluno compreender a relação de fração para quantidades maiores do que a unidade. Com um seletor ele irá determinar a quantidade de fatias que a pizza terá e com o outro seletor indicará o total de fatias que ele irá utilizar. A figura a seguir ilustra a construção no GeoGebra:

Figura 5 – Construção 1



Fonte: <http://tube.geogebra.org/m/MymGfm3y?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Ffra%25C3%25A7%25C3%25B5es%2Fpage%2F2%2Fr%2F0>

A figura 5, cuja fonte de pesquisa e elaboração se encontra disponível na margem inferior da folha, trás para aluno o significado da relação parte/todo de forma contextual, simples e prática. No exemplo da figura, a pizza foi cortada em 14 fatias, mas utilizou apenas 4. Essas quatro fatias representam o número de fatias que o mesmo irá utilizar então dessa forma o professor pode solicitar que os alunos façam as manipulações e que dividam a pizza no número de fatias que desejarem. A construção permite que o professor faça algumas perguntas objetivando que o aluno reflita.

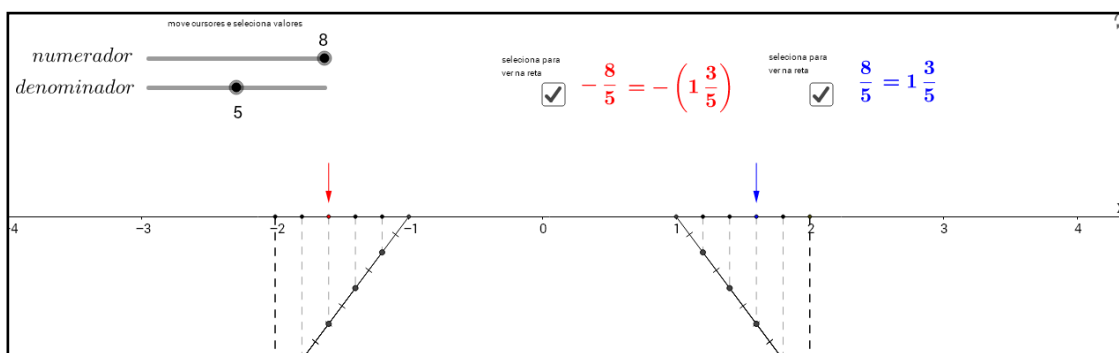
Entre essas perguntas o professor pode perguntar: *que fração a figura que você construiu representa? O que te levou a dividir essa pizza nesse total de fatias? E se você acrescentasse mais duas fatias, que fração corresponderia a essa nova figura? A figura te ajuda a compreender? Por quê?*

<sup>4</sup>Fonte:

<http://tube.geogebra.org/m/MymGfm3y?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Ffra%25C3%25A7%25C3%25B5es%2Fpage%2F2%2Fr%2F0>

**Construção 2 - Representação de fração na reta numérica<sup>5</sup>.** Essa construção é muito importante, pois estabelece o conceito de fração como algo concreto, associa a noção de distância fazendo com que o aluno associe a fração ao número compreendido na reta numérica. E essa manipulação ele consegue fazer de uma forma bem prática apenas movendo os dois seletores, sendo o primeiro para o numerador e o segundo para o denominador, nesta construção ele também pode escolher se quer uma fração positiva ou negativa.

Figura 6 - Construção 2



Fonte: <http://tube.geogebra.org/m/JRfDgzWH?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Ffra%25C3%25A7%25C3%25B5es%2Fpage%2F2%2Fr%2F0>

Figura 6 está sendo abordada a ideia de quociente, pois o programa divide o numerador pelo denominador e demonstra o posicionamento dos números na reta numerada, desenvolvendo no aluno a capacidade de observar e analisar entre quais inteiros a fração está localizada, socializando e demonstrando que a fração estudada está entre dois números inteiros. Pois essa figura além o posicionamento do número, a diferença de posicionamento de uma fração positiva e uma fração negativa, também demonstra a maneira na qual a fração estudada pode ser escrita na forma de soma de frações, deste modo o professor ao realizar essas demonstrações ele pode perguntar aos alunos as seguintes perguntas:

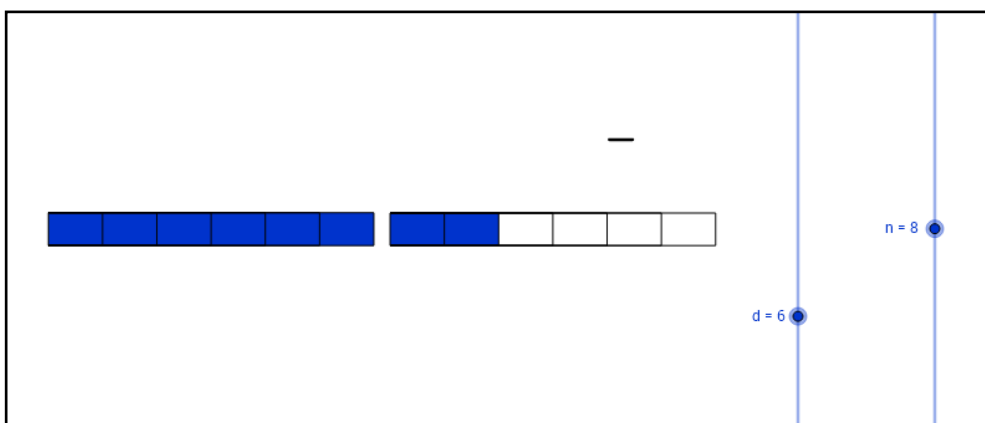
1. Entre quais números a fração estudada com sinal negativo está localizada?
2. Entre quais números a fração estudada com sinal positivo está localizada?
3. Elas são iguais? Por quê?
4. De qual número ela está mais próxima?

<sup>5</sup>Fonte de pesquisa da construção 5:

<http://tube.geogebra.org/m/JRfDgzWH?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Ffra%25C3%25A7%25C3%25B5es%2Fpage%2F2%2Fr%2F0>

**Construção 3-Frações (incluindo frações impróprias)**<sup>6</sup>. Essa construção auxilia o aluno na compreensão de diversos conceitos de frações como: conceitos fundamentais de frações, frações mistas, frações impróprias, os modelos parte-todo, modelos de comprimento e medida, e modelos de área e região. Sua manipulação é bem simples pois o primeiro seletor indica o numerador e o segundo indica o denominador e a figura que apresentar indicará a fração correspondente.

Figura 7 – Construção 3



Fonte: <http://tube.geogebra.org/m/HMKTqKtt?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Ffra%25C3%25A7%25C3%25B5es%2Fpage%2F1%2Fr%2F0>

Essa figura 7 aborda o conceito de parte do todo e fração imprópria, e é o que esta sendo mostrado na tarefa, pois o aluno ao mover o primeiro seletor irá determinar a quantidade de partes que a figura terá isso e demonstrado pelo número 6 nessa construção, pois pode perceber que cada figura foi dividido em 6 partes iguais e ao mover o segundo seletor ele irá determinar quantas partes ele deseja obter, isso é representado pelo número 8, pois como é desejado obter, oito partes e cada figura tem 6 partes será necessário duas figuras para satisfazer a construção. Então, dessa forma a figura 7 aborda a relação parte/todo de acordo com a divisão de cada figura. Após as manipulações o professor pode fazer as seguintes perguntas: O que ocorre quando o primeiro seletor é maior que o segundo? O que ocorre quando os dois seletores tiverem o mesmo valor? O que ocorre quando o segundo seletor é maior que o primeiro, e por que isso acontece? O que você aprendeu com essa construção?

<sup>6</sup>Fonte:

<http://tube.geogebra.org/m/HMKTqKtt?doneurl=%2Fsearch%2Fperform%2Fsearch%2Ffra%25C3%25A7%25C3%25B5es%2Fpage%2F1%2Fr%2F0>

Essas são algumas construções entre diversas outras na qual o programa Geogebra pode auxiliar de forma significativa o processo de ensino aprendizagem principalmente na construção dos elementos matemáticos na identidade das crianças, pois essas manipulações com o aplicativo os auxilia a ter os elementos matemáticos como algo concreto no qual eles possam manipular, prever e comprovar resultados, proporcionando que o aluno imagine e interaja com as formas e os elementos nos quais a matemática se constitui. Então é nessa fase que o aluno deve interagir com essas ferramentas, pois ela pode colaborar na construção da base de seu pensamento, e essa base deve ser apoiada em elementos concretos que lhe permita futuramente, compreender, interpretar e acima de tudo ter a matemática como algo prazeroso e espontâneo.

#### **4.4 As Atividades com o GeoGebra e Olhar dos Professores da Escola**

##### **4.4.1 Relação dos significados dos racionais contidas nas atividades do GeoGebra**

Nesta categoria buscou-se identificar o grau de compreensão da temática investigada a partir do uso do GeoGebra. Através do questionamento: *Você utiliza ou já utilizou algum software educacional com seus alunos para ensinar matemática?* No qual obtemos como resposta:

Professores A: “*Sim; Geogebra e web quest*”.

Professor B: “WebQuest”

Professor C: “*Não*”

Professor D: “*Não*”

Professor E: “*Sim; GeoGebra.*”

A partir das respostas pode-se ter a convicção de que três entre os cinco professores já utilizaram algum recurso educacional em suas aulas de matemática. Com isto nos foi feito o questionamento para estes professores: *Em qual (is) atividades você utiliza ou utilizou?* O professor C não respondeu. A partir do qual foram dadas as seguintes respostas:

Professores A: *“na apresentação do conteúdo de equação do 2º grau com a turma do 9º ano”*.

Professor B: *“na apresentação de formas e sólidos geométricos, em trabalhos de pesquisa, para construção de gráficos”*.

Professor D: *“Não utilizou”*.

Professor E: *“Em atividades para analisar o coeficiente de uma função e o comportamento gráfico, analisar a periodicidade das trigonométricas, explorar área, perímetro de figuras geométricas, etc.”*.

Para sermos mais específicos sobre a temática investigada, questionamos aos professores: *Caso você já tenha usado o software GeoGebra cite alguns conteúdos de matemática nos quais você utilizou?* O professor C não respondeu.

Professores A: *“Formas e sólidos Geométricos, gráficos, planos cartesiano e funções”*.

Professor B: *“Para demonstração de gráficos da função do 1º e 2º grau”*.

Professor D: *“Não”*

Professor E: *“Em atividades do conteúdo de funções (afim, quadrática, exponencial, logarítmicas e trigonométricas, e no estudo de geometria plana”*.

Com isto percebe-se que todos os professores que fizeram uso do GeoGebra, não o utilizaram no conteúdo de números racionais. Talvez isto possa ter acontecido devido a exploração dos números racionais seja baseada muitas das vezes apenas nos livros didáticos ou por meios de outros recurso como materiais concretos ou por falta de conhecimento que este tópico possa ser tratado no GeoGebra.

Sendo o foco de nosso trabalho identificar os significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais em propostas para aulas de matemática do Ensino Fundamental com o GeoGebra, foram apresentada aos professores as três construções elaboradas de atividades. Para tanto, foi necessário o uso de um notebook em que as construções foram apresentadas, manuseadas e discutidas pelos os professores individualmente, pois se fazia necessário à explicação e o objetivo de cada construção elaborada. Assim, foi solicitado que: *Observe as construções 1,2,3 no GeoGebra. Para cada uma delas, busque identificar o significado do numero racional existente.*

Após observar as construções elaboradas com o auxílio do Geogebra, buscamos identificar e interpretar o grau de compreensão por parte dos professores. Neste sentido tivemos como discursos encontrados:

Professor A: *“Construção 1 é bastante clara sobre o numero racional existente, como também a construção 3 faz parte do cotidiano dos nossos alunos, mas a construção 2 é um pouco confusa e deixa a desejar um pouco”*.

Professor B: *“Observo que a construção 2 se torna confusa, porem as construções 1 e 3 deixaram bem claro o significado do numero racional, inclusive mostrando a aplicação pratica, especialmente na construção 3”*.

Professor C: *“Construção 1- Parte/todo, razão quociente”. “Construção 2- Representação na reta numérica”; “Construção 1-Razão”*

Professor D: *“Construção 1-partes de um todo e razão”; “Construção 2- Quociente: Localizar números decimais na reta”; “Construção 1- A razão entre a barra e a reta”*.

Professor E: *“A 1ª e 3ª evidencia a relação parte/todo enfatizando o conceito para numero misto. A 2ª facilita a compreensão da representação do numero racional na reta numérica”*.

Aa planejarem as atividades para aulas de matemática os professores poderiam utilizar o GeoGebra, ao invés de apenas o livro e o quadro, já que as construções elaboradas com o auxílio do GeoGebra poderia tornar a aula mais dinâmica, questionamos aos professores. Assim, perguntamos *Você usaria alguma das construções apresentadas em uma aula sua? Qual? Justifique. Que perguntas você faria aos seus alunos, neste caso, para explorar o significado em estudo? onde obtivemos as seguintes respostas.*

Professores A: *“na apresentação de formas e sólidos geométricos, em trabalhos de pesquisa, para construção de graficos”*.

Professor B: *“Construção 1: na verdadeira já que não utilizaria nas salas de aulas, mais facilita o entendimento do aluno na divisão e na formação de fração”*.

Professor C: *“Construção 1: quantas fatias restarão se dividir a pizza em 16 pedaços. Sabendo que comi  $\frac{1}{2}$  da pizza? Posso dividir a pizza em 15 pedaços iguais?”*

Professor D: *“usaria a questão 1 e 2 mostrando aos alunos o significado da parte/todo, colocaria eles para responder, perguntar, manuseando o GeoGebra sobre o meu acompanhamento”*

Professor E: *“Sim, todas. O que vocês podem observar quando aumentamos ou diminuimos tanto o numerador quanto o denominador. Que tipo de fração vocês obtém de acordo com os valores”.*

Encontra-se uma contradição entre o discurso de dois professores, pois no questionário os mesmos deixam claro que é de extrema importância que o aluno compreenda o significado da relação parte/todo, divisão e razão alegando que isso seja essencial para desenvolver a mente dos alunos, proporcionando que eles sejam capazes de compreender o conteúdo e não apenas fazer repetições, também na entrevista informal alegaram que os softwares educacionais são fermentas importantes na construção do conhecimento concreto do aluno, mas em contramão afirmaram que a construção 2 se torna confusa e de difícil compreensão por parte dos alunos.

O professor A e o Professor B buscam relacionar o conteúdo com o cotidiano dos alunos e isso é um ponto bem positivo, mas um ponto negativo é a falta de aprofundamento do conteúdo para desenvolver o conhecimento mais concreto, pois os mesmos alegam que a construção 2 é de difícil compreensão, mas se os alunos não compreenderem a noção de quociente ele levará essa dificuldade em toda sua vida acadêmica.

Então se torna de fundamental importância a compreensão de quociente de número racional, pois é uma das mais importantes definições que ele utilizará em seu cotidiano, tornando evidente a importância do seu estudo, com ferramentas diferenciadas que fujam do modelo tradicionalista que ensinam de forma mecânica e repetitiva.

A construção 2 pode ser encontrada no cotidiano dos alunos uma vez que ela pode ser relacionada com a noção de altura e profundidade com a relação de metros e centímetros e milímetros onde a profundidade representaria os números negativos na reta, os números positivos seria representado pela altura e o zero seria representado pela superfície.



Enriquecendo ainda mais a análise dos questionários indagamos se *percebe algum benefício para a compreensão do número racional através da exploração de algumas das atividades?* E os professores responderam que sim:

Professores A: *“Sim, pois com o recurso tecnológico ficaria mais prático desenvolver atividades com números racionais e atrairia mais atenção dos alunos, visto que seria uma nova abordagem do conteúdo”*.

Professores B: *“Quando a atividade estimula o raciocínio lógico e oriente o aluno a descoberta porém algumas atividades escritas apenas estimulam a repetição”*.

Professores C: *“Sim desde que a atividade demonstre algum sentido para o cotidiano do aluno e deixe totalmente envolvido naquela atividade com questões do seu dia-a-dia”*.

Professor D: *“Sim; pois o tecnológico beneficia a disciplina matemática a computadorizada GeoGebra é totalmente um processo matemático que auxilia o desenvolvimento do aluno.”*

Professor E: *“Sim; Assim como em qualquer outro conteúdo, quando explorado com atividades dinâmicas a compreensão dos conceitos é facilitado”*.

Percebe-se então que os benefícios segundo os professores são vastos, e de modo que o GeoGebra pode sim ser uma ótima ferramenta de aprendizagem para se trabalhar com os números racionais.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Esta pesquisa apesar de não ser considerada eminentemente inédita, uma vez que os significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais é um tema bastante discutido no meio acadêmico, e pelo fato do software Geogebra também já ser conhecido na comunidade, apresenta um aspecto relevante, pois ela busca focar nas propostas do software educacional. E os professores podem usá-lo como importante recurso para o ensino e para a aprendizagem do conteúdo de números racionais de um modo mais dinâmico, desenvolvendo o aprendizado de novos conhecimentos cognitivos, social, tecnológico e cultural.

É notório que muitas escolas públicas têm carência de ambientes e materiais didáticos tecnológicos de modo que os professores possam utilizar para incentivar o desenvolvimento de melhores e mais significativas aprendizagens junto aos alunos. No entanto, por outro lado, os alunos apresentam facilidade em manusear as ferramentas tecnológicas e quando as aulas planejadas pelos professores fazem uso dessas tecnologias se tornam mais atraentes e convidativas ao aluno.

Em se tratando do ensino dos números racionais, os PCN (BRASIL, 1998) de matemática para as series iniciais recomendam o início deste trabalho apenas no 2º ciclo de aprendizagem (4º e 5º anos). Esse documento considera quatro significados para fração: parte/todo, quociente, razão e operador. Para Cavalcante e Guimarães (2016), entretanto, o significado de operador deve ser iniciado a parti do 3º ciclo.

Ao observamos as falas coletadas nas entrevistas disponibilizadas pelos professores, percebemos que estes apresentam uma compreensão da importância de se trabalhar com números racionais e seus diferentes significados e com software educacional e que ao chegarem ao 6º ano às dificuldades apresentas pelos alunos sobre números racionais são vastas, principalmente quando envolvem questões mais complexas, diferentemente das que são apresentadas nos livros didáticos.

Os professores ressaltaram também que já trabalham com software educacional, no entanto dois desses professores entrevistados não compreenderam de modo adequado a construção 2, por apresentar uma abordagem mais complexa diferentemente

das construções convencionais. Apesar do grupo de professores ressaltarem que já utilizaram o GeoGebra, nunca tinham visto sobre a utilização do mesmo como instrumento de aprendizagem nos significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais.

É importante ressaltarmos, a exemplo do PCN (1998) de matemática, a indicação de que as atividades com este tema devam contemplar as tecnologias, ou os softwares educacionais, já que a utilização desses objetos pode desenvolver um conhecimento mais amplo e rico em aprendizagem. Com a utilização do GeoGebra, e com fins didáticos é possível inserir o aluno no universo tecnológico, ao mesmo tempo desenvolver o entendimento sobre números racionais de modo mais significativo para todos que estão envolvidos no processo educativo.

Observamos que se faz necessário também que os professores e as instituições estejam preparados para desenvolver este tipo de atividade com os alunos. É importante salientar para os professores e os alunos que a vivência com este aplicativo o GeoGebra, se torna a cada instante de mais fácil acesso pois podem ser instalados em celulares, Smartphones, não sendo necessário que a escola seja equipada com laboratórios de informática.

Percebemos também que existe a necessidade de mais pesquisas para que este tema seja aprofundado tendo assim maior abrangência na área pesquisada, salientando que os significados da relação parte/todo, divisão e razão dos números racionais, podem ser explorados de maneira mais significativa com o auxílio do GeoGebra, estimulando a imaginação e a criatividade do aluno na busca de solução para questões cotidianas que envolvem números racionais, podendo assim ser utilizado por todos como um importante e eficiente recurso de aprendizagem nas aulas de matemática no Ensino Fundamental.

Por fim, concordamos com Silva e Penteado (2016), de que as próprias características do GeoGebra “possibilitam a criação de cenários para atividades investigativas, nos quais o aluno pode verificar propriedades de uma figura em um processo muito rápido” mas estamos conscientes que não basta apenas a utilização do mesmo, é preciso planejar e analisar de forma mais profunda as possibilidades e limitações das construções discutidas.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABAR, C.A.A.P. **Sobre a 1ª conferência latino-americana de GeoGebra**. Instituto São Paulo de GeoGebra. PUC- SP. Faculdade de ciências exatas e tecnologia. São Paulo: 2011.

BASTOS, Charles. **A classificação dos números relacionada ao cotidiano**. 2014. Disponível em: <[www.ticsnamatematica.com/2014/.../classificacao-numeros-cotidiano.htm](http://www.ticsnamatematica.com/2014/.../classificacao-numeros-cotidiano.htm)>. Acesso em: 24 mar. 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Matemática. Ensino Fundamental. Terceiro e quarto ciclos. Brasília: O RECURSO ÀS TECNOLOGIAS DA COMUNICAÇÃO**. 1998. Disponível em: <[ftp://ftp.fnde.gov.br/web/pcn/05\\_08\\_matematica.pdf](ftp://ftp.fnde.gov.br/web/pcn/05_08_matematica.pdf)>. Acesso em: 17 abr. 2016.

BOYER, Carl B.. Egito: papiro de ahmes. In: BOYER, Carl B..**História da matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010. p. 6-15.

CAVALCANTE, Érica Michelle Silva; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. **DIFERENTES SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DAS SÉRIES INICIAIS**. Disponível em: <[https://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao\\_pedagogia/pdf/2007.2/diferentes-significados-de-frao.pdf](https://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.2/diferentes-significados-de-frao.pdf)>. Acesso em: 07 maio 2016.

DRECHMER, Patricia Aparecida de Oliveira; ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti de. **O estudo de frações e seus cinco significados**. 2011. Disponível em: <<http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1660.pdf>>. Acesso em: 07 maio 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

JOBIM, Tom; PINTO, Marino. Números racionais: As frações. In: TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Teoria e Prática de Matemática**: Como dois e dois. São Paulo: Ftd, 2009. Cap. 8. p. 163-212.

LIRA, Thiago Espíndola; MACIEL, João Wandemberg Gonçalves. Hipermodernidade, letramento digital e a reciprocidade discente/docente: A norma da reciprocidade e o letramento digital. In: BRENNAND, Edna Gusmão de Góes; ALBUQUERQUE, Maria Elizabeth Baltar Carneiro de. **Formação docente e tecnologias digitais: Ensaio Analítico sobre cultura digital oriundos dos debates teóricos realizados nas diversas pesquisas desenvolvidas no âmbito do grupo**. João Pessoa: Ufpb, 2011. Cap. 2. p. 163-171.

LUCHETTA, Valéria Ostete Jannis. **Papiro Rhind**. 2003. Disponível em: <<http://www.matematica.br/historia/prhind.html>>. Acesso em: 27 abr. 2016.

MACONI, Maria de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica: técnicas de pesquisa**. 7ª. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

PAULINA, Iracy. **Introdução aos números racionais | Matemática | Nova Escola**: Quando começa o aprendizado dos racionais, tudo o que as crianças sabiam sobre o sistema numérico é colocado em questão. 2008. Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/nova-ordem-numerica-428105.shtml>>. Acesso em: 24 mar. 2016.

RIQUE, Thiago Pereira; BEZERRA, Ed Porto; BRENNAND, Edna Gusmão de Góes. A importância do letramento digital no Brasil. In: BRENNAND, Edna Gusmão de Góes; ALBUQUERQUE, Maria Elizabeth Baltar Carneiro de **Formação docente e tecnologias digitais**. João Pessoa: Ufpb, 2011. Cap. 4. p. 63-101.

RAMPOZZO, Lino. Metodologia científica: A pesquisa. 3ª. ed. São Paulo, Sp: Loyola, 2005.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; PENTEADO, Miriam Godoy. **O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa**. Disponível em : <[file:///D:/Downloads/GeoGebra - invetsigação.pdf](file:///D:/Downloads/GeoGebra%20-%20investigação.pdf)>. Acesso em: 20 maio 201

## APÊNDICE A – Questionário da Entrevista



Universidade Federal de Paraíba  
Universidade Aberta do Brasil  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Matemática  
Licenciatura em Matemática à distância

Prezado (a) professor (a),

Estamos realizando uma pesquisa cujo título é **“OS SIGNIFICADOS DA RELAÇÃO PARTE/TUDO, QUOCIENTE E RAZÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS: INVESTIGANDO PROPOSTAS PARA AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL COM O GEOGEBRA”**, cujo objetivo geral é discutir os significados da *relação parte/tudo*, *divisão* e *razão* dos números racionais através de recursos do GeoGebra voltados para o ensino da Matemática escolar. Nessa perspectiva, solicitamos a sua colaboração nessa pesquisa no sentido de preencher o questionário abaixo. Enfatizamos que a sua participação é extremamente importante para realização dessa pesquisa.

Antecipadamente agradecemos sua colaboração.

Atenciosamente: George Pereira de Sousa

### 1. PERFIL DO(A) PROFESSOR(A)

1.1 Idade:

☐ 18 a 22 anos ☐ 23 a 28 anos ☐ 29 a 35 anos

☐ 36 a 40 anos ☐ 41 a 46 anos ☐ 47 a 52 anos

☐ 53 a 58 anos ☐ 59 a 65 anos ☐ 66 a 70 anos

### 2. DADOS PROFISSIONAIS E PERFIL PEDAGÓGICO:

2.1 Há quanto tempo você trabalha como Professor (a):

☐ menos de 1 a 5 anos ☐ 6 a 10 anos ☐ 11 a 15 anos

☐ 16 a 20 anos ☐ 21 a 25 anos ☐ 26 a 30 anos

☐ 31 a 35 anos ☐ 36 a 40 anos ☐ mais de 40 anos

2.2 Qual (is) a(s) escola(s) em que você leciona?

---

2.3 Qual é o nível de sua formação acadêmica:

( ) Graduação. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Pós-Graduação – Especialização. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Pós-Graduação – Mestrado. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Pós-Graduação – Doutorado. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Outro. Especifique: \_\_\_\_\_

2.3.1 Em que ano você concluiu o curso especificado acima? \_\_\_\_\_

2.4 Você frequenta algum curso de formação acadêmica?

( ) Graduação. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Pós-Graduação – Especialização. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Pós-Graduação – Mestrado. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Pós-Graduação – Doutorado. Especifique: \_\_\_\_\_

( ) Outro. Especifique: \_\_\_\_\_

### 3. SOBRE O TEMA INVESTIGADO

3.1 De que maneira você costuma ensinar o conteúdo de números racionais aos seus alunos?

---

---

---

---

3.2 Você considera importante que os alunos compreendam os significados da *relação parte/todo*, *divisão* e *razão* dos números racionais?

---

---

---

---

3.3 Em sua opinião qual é a maior dificuldade que os alunos enfrentam ao trabalhar com números racionais?

---

---

---

---

3.4 Você utiliza ou já utilizou algum software educacional com seus alunos para ensinar Matemática?

( ) sim ( ) não

Se você respondeu **SIM** a questão 3.4, responda as questões **3.4.1; 3.4.2; 3.4.3.**

Se você respondeu **NÃO**, passe direto para a questão **3.5** e **3.6**

3.4.1 Qual software educacional você utilizou?

---

3.4.2 Em qual(is) atividade(s) você utiliza ou utilizou?

---

---

---

3.4.3 Caso você já tenha usado o software GeoGebra cite alguns conteúdos de Matemática nos quais você utilizou.

---

---

3.5 Você já participou de algum curso de formação que explorou o uso dos softwares educacionais no ensino de Matemática? Se sua resposta foi afirmativa, especifique o(s) curso(s):

---

---

3.6 Observe as construções 1, 2 e 3 no GeoGebra. Para cada uma delas, busque identificar o significado do número racional existente?

---

---

---

3.7 Você usaria alguma das construções apresentadas em uma aula sua? Qual? Justifique. Que perguntas você faria aos seus alunos, neste caso, para explorar o significado em estudo?

---

---

---

3.8. Você percebe algum benefício para a compreensão do número racional através da exploração de algumas das atividades? Comente.

---

---

---



